

入 学 試 験 問 題 (1 次)

数 学

平成 25 年 1 月 28 日

9 時 00 分—10 時 20 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9 ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用を使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

No.					
-----	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $x^6 + 2x^5 + 4x^4 + ax^3 + bx^2 + 8x + 6$ が $x^3 + 2$ で割り切れるとき、 $a + b$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

2 $8 \times 10^{\log_{10} 2}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

3 47^{100} は 168 桁の整数である。 47^{17} の桁数を $(20 + n)$ で表すとき、 n の値を求めよ。ただし、 n は自然数とする。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

4 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$, ($i^2 = -1$) のとき, $\omega^{20} + \omega^{19} + \omega^8 + \omega^6 + \omega^4 + \omega^3$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

5 三角形 ABC において $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ, A , B , C とし, 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ, 2, 3, 4 とする。
 $\frac{\sqrt{15}}{\tan A}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

6 $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) のとき,

$\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} + \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{1 + 2 \sin \theta \cos \theta} + \frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

7 $10 \cos^2 \theta - 24 \sin \theta \cos \theta - 5 = 0$ のとき、 $|\tan \theta|$ の値を求めよ。

ただし、 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とする。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

8 曲線 $C: y = |x^2 - 9| - 4x$ と直線 $L: y = k$ (k は実数) が、すべて異なる 4 つの交点をもつとき、 k のとりうる範囲は、 $m < k < M$ となる。 $M - m$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

9 m, n ($n > 0$) は整数とする。 $m^2 - 6m + 1 + 2n = 0$ をみたす整数の組 (m, n) は、何個あるか。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 10 $x^2 + (5 - m)x - 2m + 7 = 0$ が虚数解をもつように、整数 m を定めたとき、 m の最大値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 11 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 6x - 14y + 15$ (x, y は実数) の最小値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 12 円 $C1 : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ ，円 $C2 : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ について考える。円 $C1$ と円 $C2$ の 2 つの異なる交点と原点を通る円の方程式を $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ とするとき、 $b - c - a$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 13 点(1, 1)から、円 $C: x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ に2本の異なる接線をひくとき、2つの接点の座標を、それぞれ (a, b) , (c, d) とする。ただし、 $a > c$ である。 $-\frac{11bd}{ac}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 14 3点 $A(1, 4)$, $B(-2, 1)$, $C(4, 2)$ を頂点とする三角形 ABC の外心の座標を (p, q) としたとき、 $10(p - q)$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 15 円 $C: x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$, 直線 $L: y = 2x + k$ について考える(k は正の実数定数)。円 C と直線 L は、異なる2点 P, Q で交わる。線分 PQ の長さが4となるときの、 k の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 16 円 $C: x^2 + y^2 - 15x - 10y + 50 = 0$, 直線 $L: y = mx$ (m は正の実数) について考える。円 C と直線 L は, 異なる 2 つの点 $P(p, mp)$, $Q(q, mq)$ ($q > p$) で交わることとする。円 C と x 軸は, 異なる 2 つの点 R, S で交わる (R, S のうち, 原点に近い点を S とする)。線分 QR の長さが, 線分 PS の長さの 2 倍となるとき, $\frac{13mp}{12}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 17 赤いカードが 6 枚, 白いカードが 2 枚入っている箱の中から, カード 1 枚取り出し, 色を記録してから, 取り出したカードをもとの箱に戻すことを 10 回続けて行うこととする。8 回以上赤いカードが出る確率を p , 8 回以上白いカードが出る確率を q としたとき, $\frac{109p}{7q} \times 3^{-8}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 18 箱の中に赤いカード 6 枚, 白いカード 5 枚, 黒いカード 4 枚が入っている。この箱の中から 4 枚のカードを同時に取り出すとき, 2 枚だけが同色で, 残りの 2 枚はそれぞれ異なる色となる確率を p とする。

$\frac{91p}{6}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 19 大小2個のサイコロを同時に投げるとき、出た目の積が5の倍数になる確率を p とし、出た目の和が5の倍数になる確率を q とする。 $\frac{1}{p-q}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 20 放物線： $y = x^2 - 6x + 5$ と直線： $y = k (-4 < k < 0)$ (k は実数) との2つの異なる交点を A, B とする。 A, B と点 $C(3, 0)$ で作られる三角形 ABC の面積の最大値を M とするとき、 $\frac{3\sqrt{3}}{4}M$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 21 放物線 $C: y = x^2 - x + 2$ と直線 $L: y = -5x - a$ が点 (b, c) で接するとき、 $a + b + c$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 22 関数 $f(x) = \int_1^x (t^2 - t - 6) dt$ の極大値を p , 極小値を q とする。
 $(pq + 100)$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 23 9つの辺の長さの総和が9である正三角柱(底面が正三角形である三角柱)の体積を V とする。各辺の長さが増えるとき, V の最大値を M とする。
 $\frac{12}{\sqrt{3}} M$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 24 曲線 $C1 : y = x^3 + 5x^2 + 9x + 9$, 曲線 $C2 : y = -2x^2 + ax + b$ について考える。曲線 $C1$ と曲線 $C2$ は点 $P(1, 24)$ で接する。曲線 $C2$ と x 軸で囲まれる面積を S とする。

$\frac{9S}{13^3}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 25 曲線 $C1 : y = -x^2 + 2x - 3$ と曲線 $C2 : y = -x^2 + 8x - 21$ の両方に接する直線を L とする。曲線 $C1$ と曲線 $C2$ と直線 L で囲まれる部分の面積を S とする。 $4S$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |